

Minősítéses mérőrendszerek képeségtvizsgálata

Vágó Emese, Dr. Kemény Sándor

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Kémiai és Környezeti Folyamatmérnöki Tanszék

Az előadás vázlata

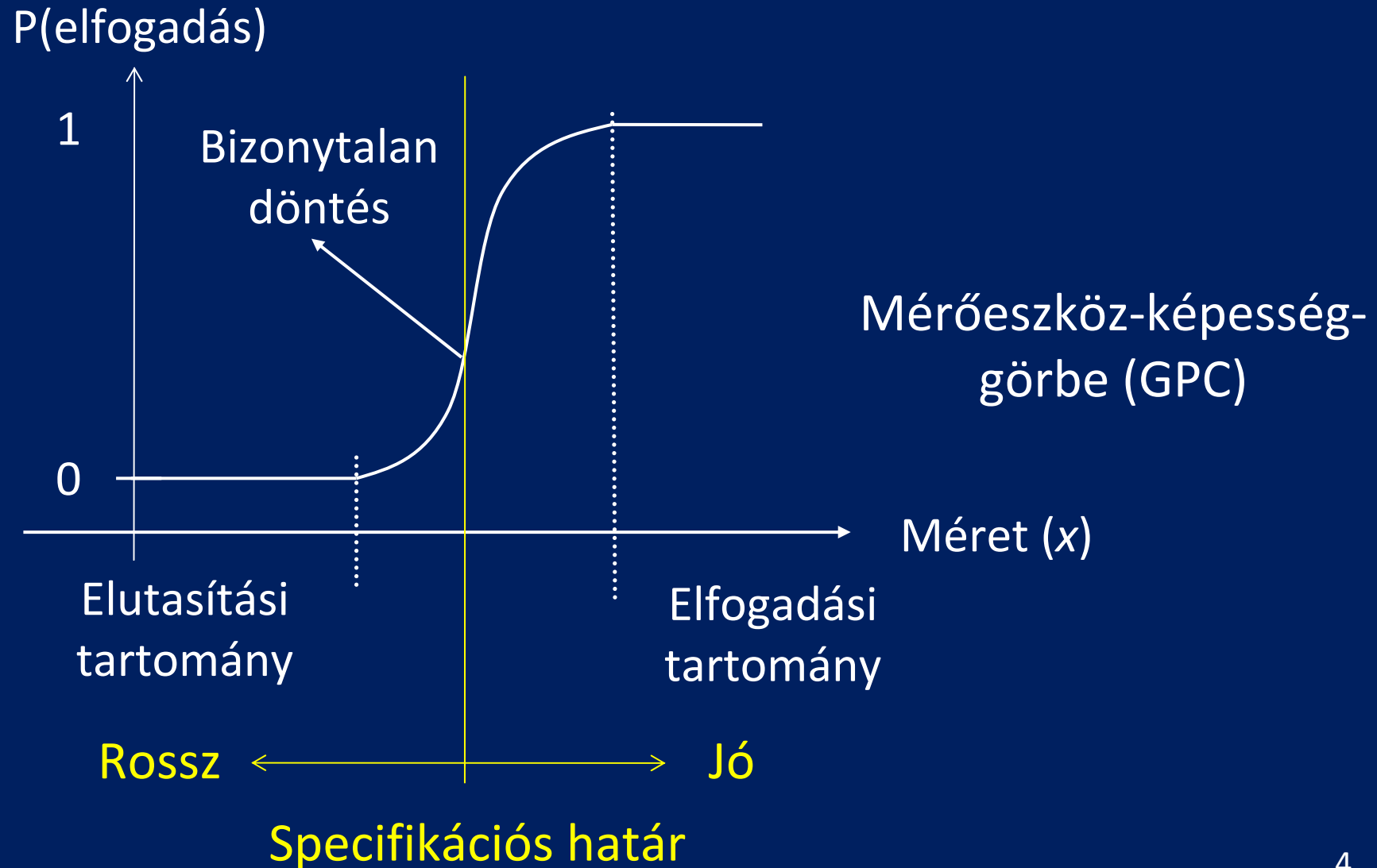
1. Minősítéses mérőrendszerek vizsgálata az AIAG előirat szerint
2. Új, modell-alapú módszer bemutatása

Minősítéses mérőeszközök



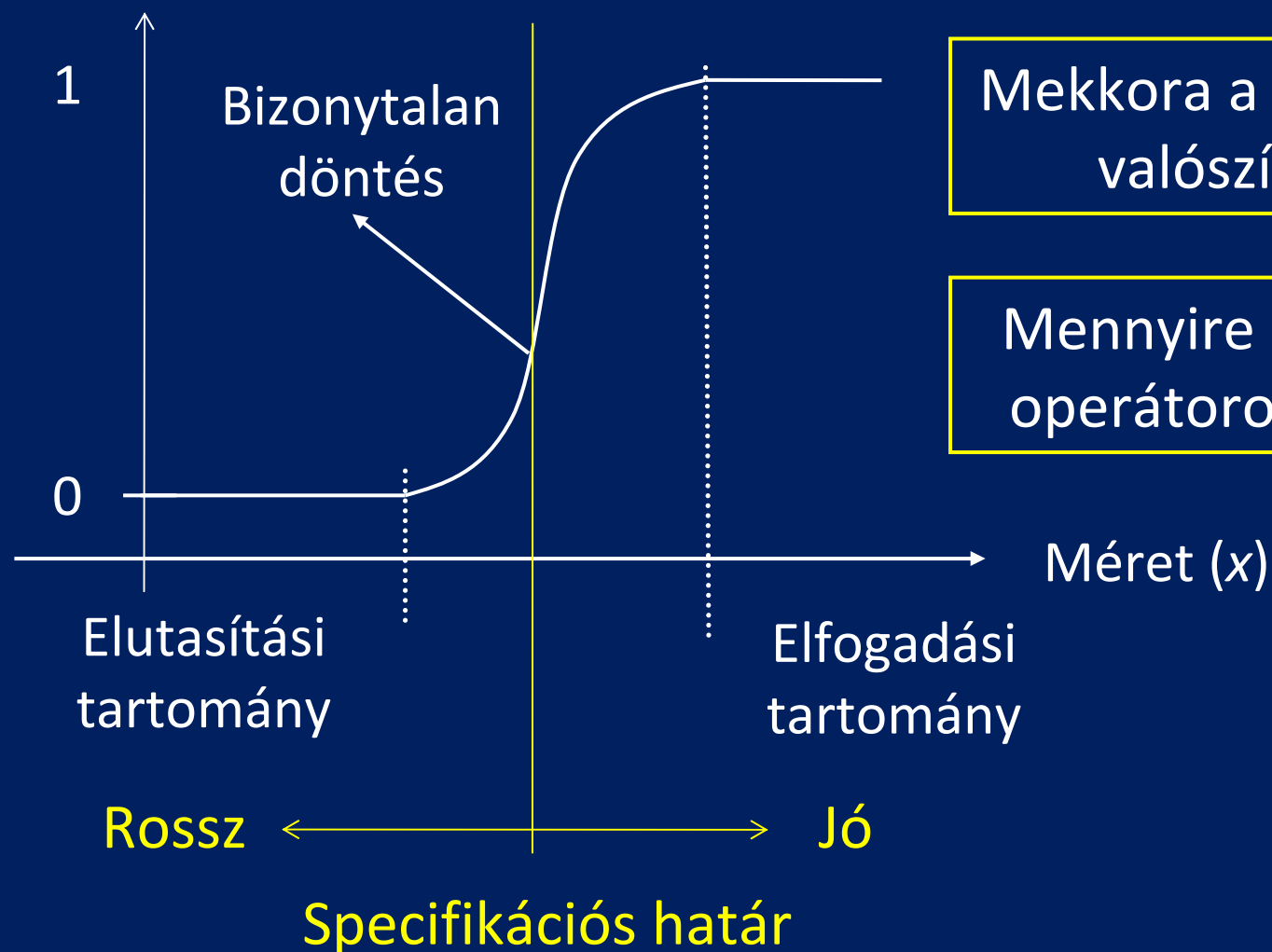
Két lehetséges kimenet

A minősítéses mérőrendszer modellje



A minősítéses mérőrendszer modellje

P(elfogadás)



AIAG

A minősítéses mérőrendszerek képességvizsgálatának módszerei az Automotive Industry Action Group előírata szerint:

- Signal detection approach
- Analitikus módszer
- Keresztosztályozásos módszer

Keresztosztályozásos módszer

50 darabot 3 operátor minősít 3 ismétléssel

Darab	Operátor								
	A	A	A	B	B	B	C	C	C
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
2	1	1	1	0	0	1	0	1	1
⋮									
50	0	0	0	0	0	1	0	0	0

1: elfogadás
0: elutasítás

Keresztosztályozásos módszer

50 darabot 3 operátor minősít 3 ismétléssel

	Operátor		
	A	B	C
1	1	1	1
2	1	0	0
⋮			
50	1	1	1
51	1	0	1
⋮			
100	0	1	1
⋮			
150	0	0	0

1: elfogadás
0: elutasítás

Kappa

Mért gyakoriságok:

		B		Σ
		0	1	
A	0	44	6	50
	1	3	97	100
Σ		47	103	150

Ha a két operátor mérési eredményei függetlenek lennének, a határgyakoriságok határoznák meg a különböző cellákba esés valószínűségét

Számított gyakoriságok:

		B		Σ
		0	1	
A	0	15.7	34.3	50
	1	31.3	68.7	100

$$n(sz)_{11} = \frac{47 \cdot 50}{150} = 15.7$$

Kappa

A főátlóbeli cellákba
esés valószínűsége:

$$p(m) = \frac{n(m)_{00} + n(m)_{11}}{N}$$

$$p(sz) = \frac{n(sz)_{00} + n(sz)_{11}}{N}$$

$$kappa = \frac{p(m) - p(sz)}{1 - p(sz)}$$

	A	B	C
A	-	0.86	0.78
B	0.86	-	0.79
C	0.78	0.79	-

Kappa > 0.75 jó egyezés

Kappa < 0.4 rossz egyezés

Keresztosztályozásos módszer

50 darabot 3 operátor minősít 3 ismétléssel

Darab	Operátor								
	A	A	A	B	B	B	C	C	C
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
2	1	1	1	0	0	1	0	1	1
⋮									
50	0	0	0	0	0	1	0	0	0

1: elfogadás
0: elutasítás

Keresztosztályozásos módszer

50 darabot 3 operátor minősít 3 ismétléssel

	Operátor		
	A	B	C
1	1	1	1
2	1	0	0
⋮			
50	1	1	1
51	1	0	1
⋮			
100	0	1	1
⋮			
150	0	0	0

1: elfogadás
0: elutasítás

Kappa

Operátor									
Darab	A	A	A	B	B	B	C	C	C
1	1	1	0	1	0	1	1	1	1

		B	
		0	1
A	0	0	1
	1	1	1

		B	
		0	1
A	0	1	0
	1	0	2

Kappa

Kappa > 0.75 jó egyezés

Kappa < 0.4 rossz egyezés

AIAG szerinti
párosítás

	A	B	C
A	-	0.86	0.78
B	0.86	-	0.79
C	0.78	0.79	-

egy másféle
párosítás

	A	B	C
A	-	0.63	0.64
B	0.63	-	0.55
C	0.64	0.55	-

Kappa

Knorr-Bremse: Kappa mutatóval ellentmondásos eredményeket kaptak

	Operátor								
	A	A	A	B	B	B	C	C	C
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0
2	1	1	0	1	0	0	1	0	0
3	1	0	0	1	1	0	1	0	0
4	1	0	0	1	0	0	1	0	0
⋮									
30	1	0	0	1	0	0	1	0	0

	A	B	C
A	-	0.95	0.98
B	0.95	-	0.98
C	0.98	0.98	-

Kappa

Knorr-Bremse: Kappa mutatóval ellentmondásos eredményeket kaptak

		Operátor								
		A	A	A	B	B	B	C	C	C
1		0	1	1	1	1	1	1	1	1
2		1	1	1	0	1	1	1	1	1
3		1	1	1	1	1	1	1	0	1
4		1	1	1	1	1	1	1	1	1
⋮										
30		1	1	1	1	1	1	1	1	1

	A	B	C
A	-	-0.01	-0.01
B	-0.01	-	-0.01
C	-0.01	-0.01	-

Kappa

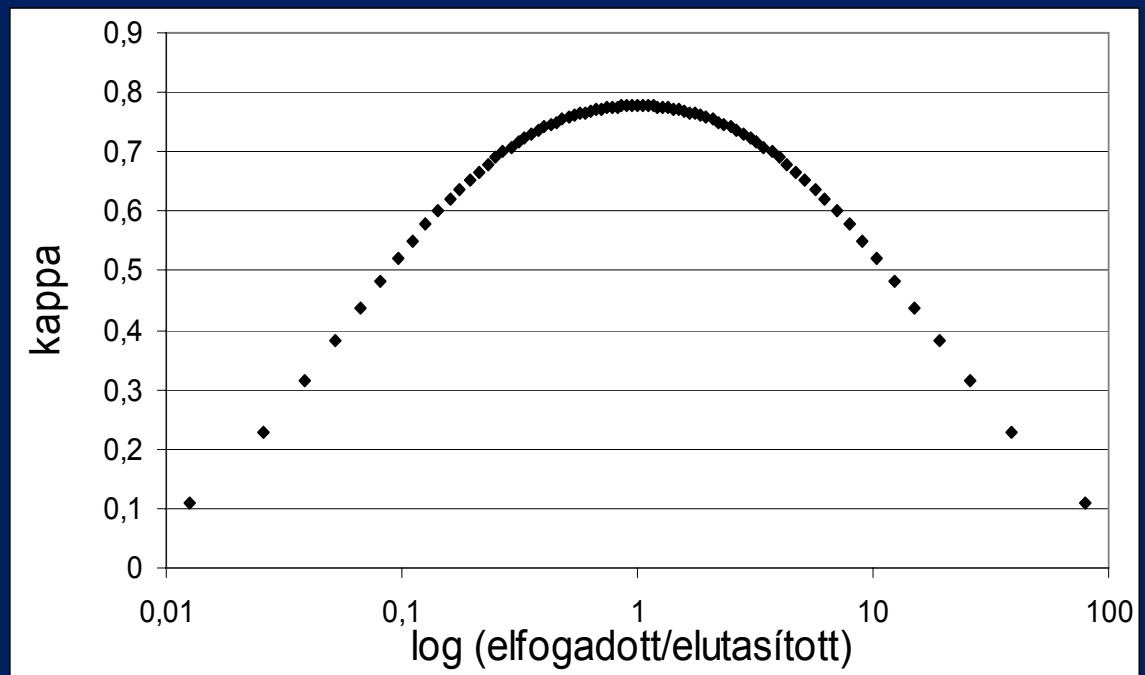
		B	
		0	1
A	0	20	6
	1	4	50

$kappa = 0.709$

		B	
		0	1
A	0	4	6
	1	4	66

$kappa = 0.375$

Kappa számítása ismétlés nélküli mérések esetén jogos, értéke ebben az esetben is erősen függ a főátlóbeli elemek eloszlásától.



Keresztosztályozásos módszer

50 darabot 3 operátor minősít 3 ismétléssel

Ref.	Operátor								
	A	A	A	B	B	B	C	C	C
0,409	0	0	0	0	0	0	0	0	0
...									
0,462	1	1	0	1	1	1	0	1	1
0,470	1	1	1	0	1	1	1	1	1
...									
0,600	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Keresztosztályozásos módszer

Keresztosztályozásos táblázatból számolt mutatók:

- Hatékonyság
- Téves elfogadások aránya
- Téves elutasítások aránya
- Torzítás
- Ismételhetség

		Döntés	
		Elfogad	Elutasít
Darab	Jó	45	2
	Rossz	3	100

Legyen a minősítések összes száma rögzített.

A cellagyakoriságok varianciája annál kisebb, minél kevesebb ismétléssel végezték a minősítést.



Jobb 150 darabot egyszer minősíteni, mint 50-et háromszor.

Keresztosztályozásos módszer – Bayes tétel

B operátor

		Minősítés		
		Elfogad	Elutasít	Σ
Darab	Jó	45	2	47
(ref.)	Rossz	3	100	103
Σ		48	102	150

$$\hat{P}(\text{elfogad} | \text{jó}) = \frac{45}{47} = 0,980$$

$$\hat{P}(\text{elfogad} | \text{rossz}) = \frac{3}{103} = 0,029$$

$$\hat{P}(\text{rossz} | \text{elfogad}) = \frac{3}{48} = 0,062$$

$$\hat{P}(\text{jó} | \text{elutasít}) = \frac{2}{102} = 0,0196$$

Keresztosztályozásos módszer – Bayes tétel

Az AIAG szerinti számolási mód, ha megváltozik a folyamat:

$$P(R|\text{elfogad}) \neq \frac{P(\text{elfogad}|R)P(R)}{P(\text{elfogad}|R)P(R) + P(\text{elfogad}|J)P(J)} \quad \begin{array}{l} J: \text{jó} \\ R: \text{rossz} \end{array}$$

$P(R), P(J)$ → Új folyamatra jellemző értékek



Feltételezés
Feltételes valószínűségek változatlanok **! NEM TELJESÜL !**

$P(\text{elfogad}|R)$

$P(\text{elutasít}|J)$

→ „Régi” folyamatra jellemző értékek

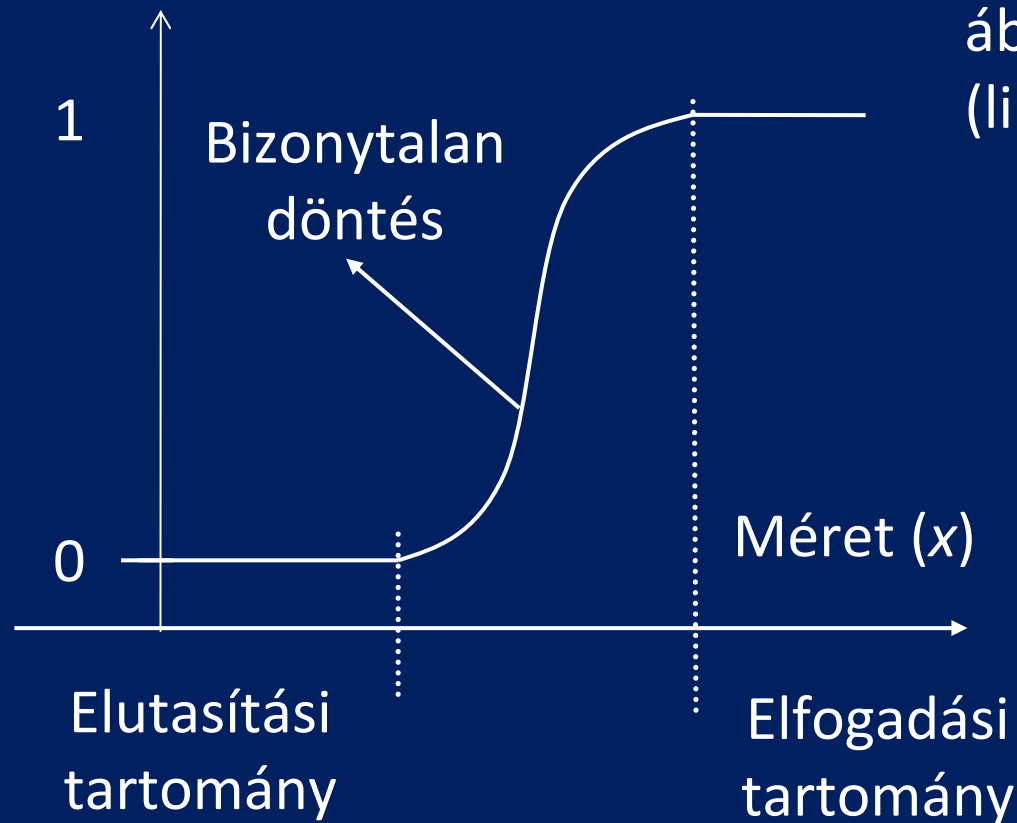
AIAG

A minősítéses mérőrendszerek képességvizsgálatának módszerei az Automotive Industry Action Group előírata szerint:

- Signal detection approach
- Analitikus módszer
- Keresztosztályozásos módszer

Analitikus módszer

P(elfogadás)



A görbe s-alakú részét grafikusán ábrázolják egy Gauss-hálós ábrán (linearizálás).

- Az illesztés módja heurisztikus néhány ponton.
- A transzformáció miatt szükséges súlyozást nem veszik figyelembe.

AIAG előirat kritikája

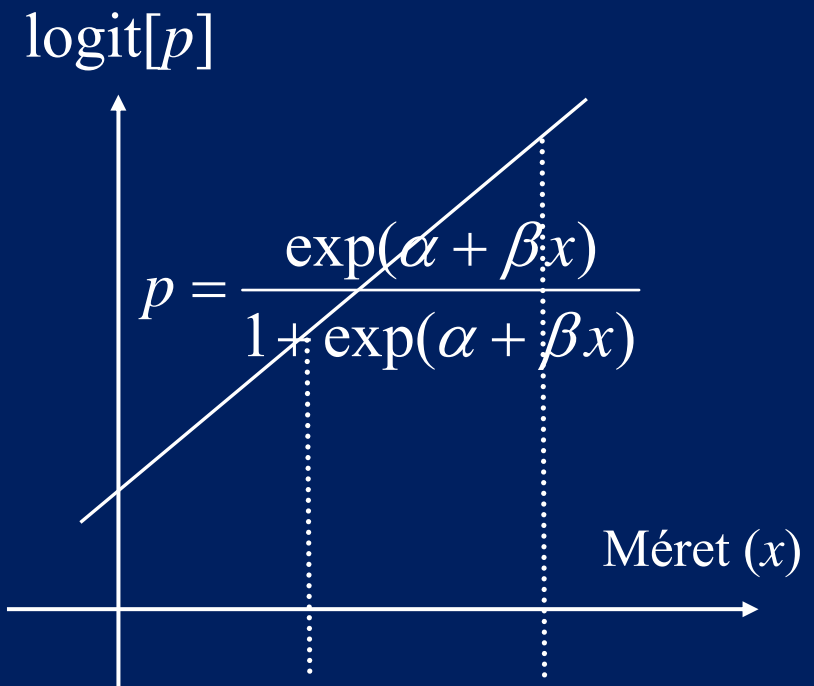
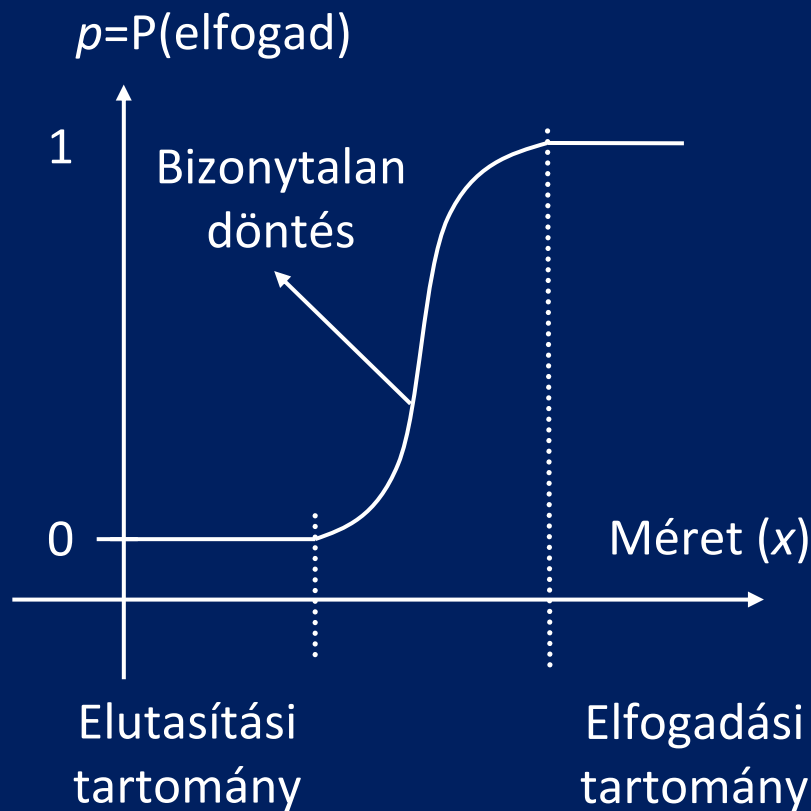
- A Cohen-*kappa* helytelen használata.
- A Cohen-*kappa* alkalmatlan a mérőeszköz jellemzésére.
- Ha a folyamat megváltozik, a keresztosztályozásos elemzésből a Bayes-tétellel nem becsülhetők a felhasználó számára érdekes feltételes valószínűségek.
- Az analitikus módszernél alkalmazott illesztés elvileg hibás.
- A keresztosztályozásos és analitikus módszer eredményei együtt nem értelmezhetők. Elkülönül a mérőeszköz-képesség-görbe, és a mérőrendszer alkalmasságának vizsgálata.
- A keresztosztályozásos módszer a „túl nagy” és „túl kicsi” kategóriákat összevonva kezeli.

A javasolt módszer (ha x mérhető)

Javasolt (feltételezett) modell:

Mérőeszköz-képesség-görbe (GPC)

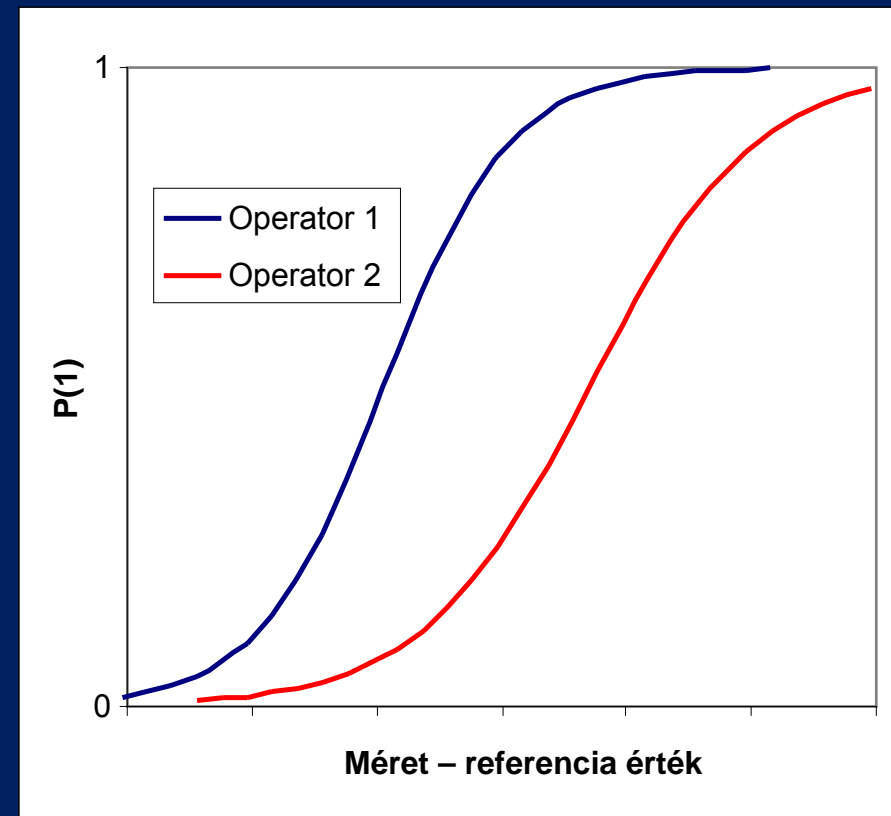
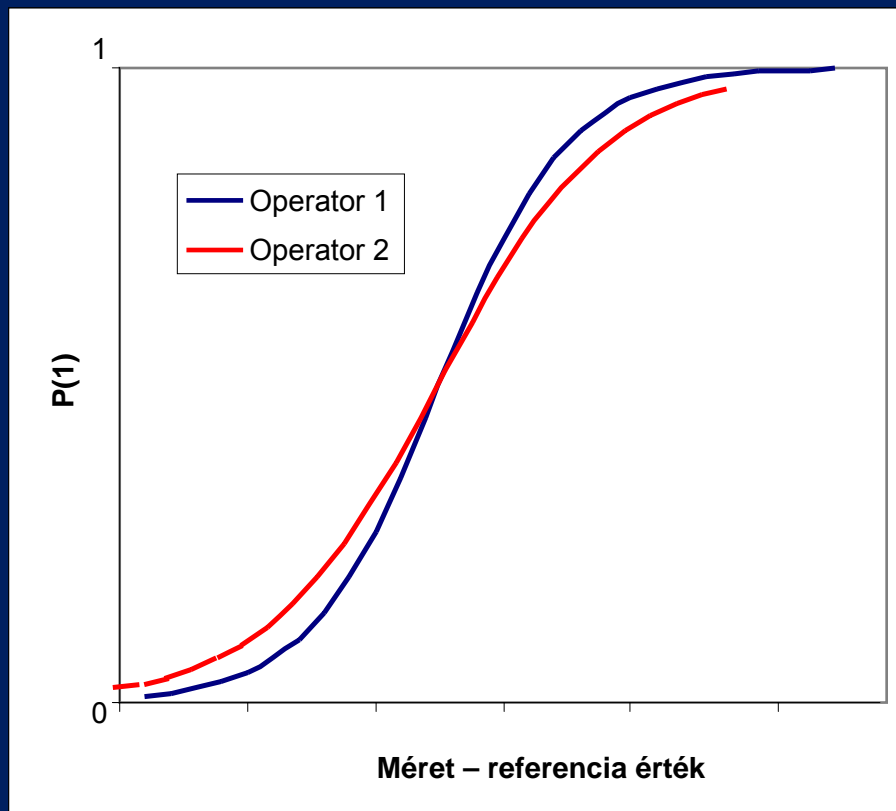
$$\text{logit}[p] = \ln \frac{p}{1-p} = \alpha + \beta x$$



Mérőeszköz képesség görbe

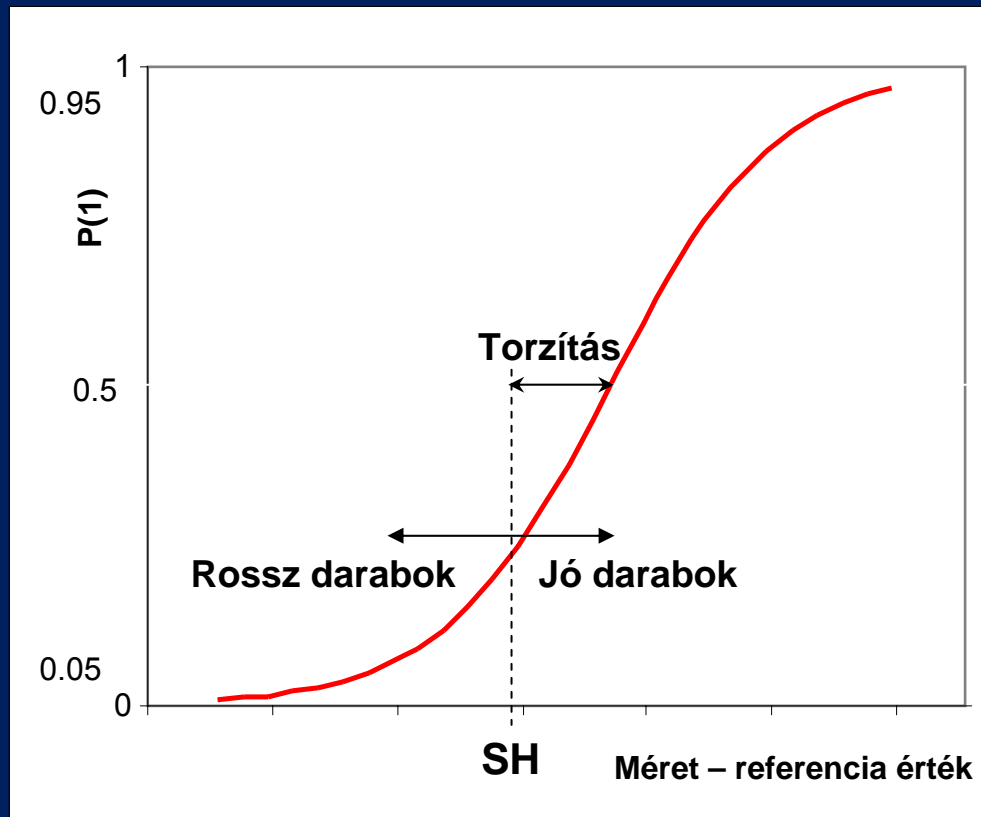
$$\text{logit}(p_i) = \alpha + \beta_i^0 + (\beta^P + \gamma_i^{O*P})x$$

$$\beta_1^0 \neq \beta_2^0 \quad \& \quad \gamma_1^{O*P} \neq \gamma_2^{O*P}$$

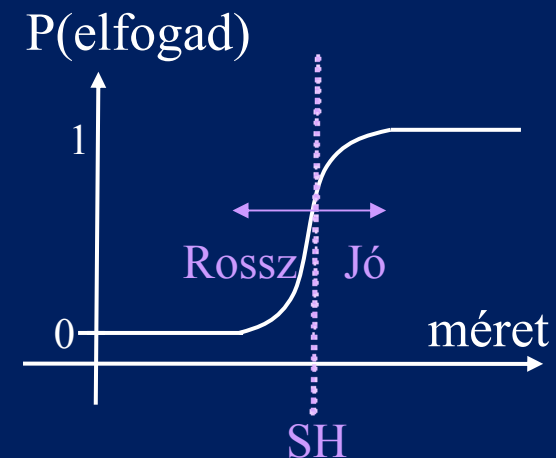


Mérőeszköz képesség görbe

A mérőeszköz képesség görbe javasolt jellemzői:
Szürke zóna szélessége (GZ), Torzítás

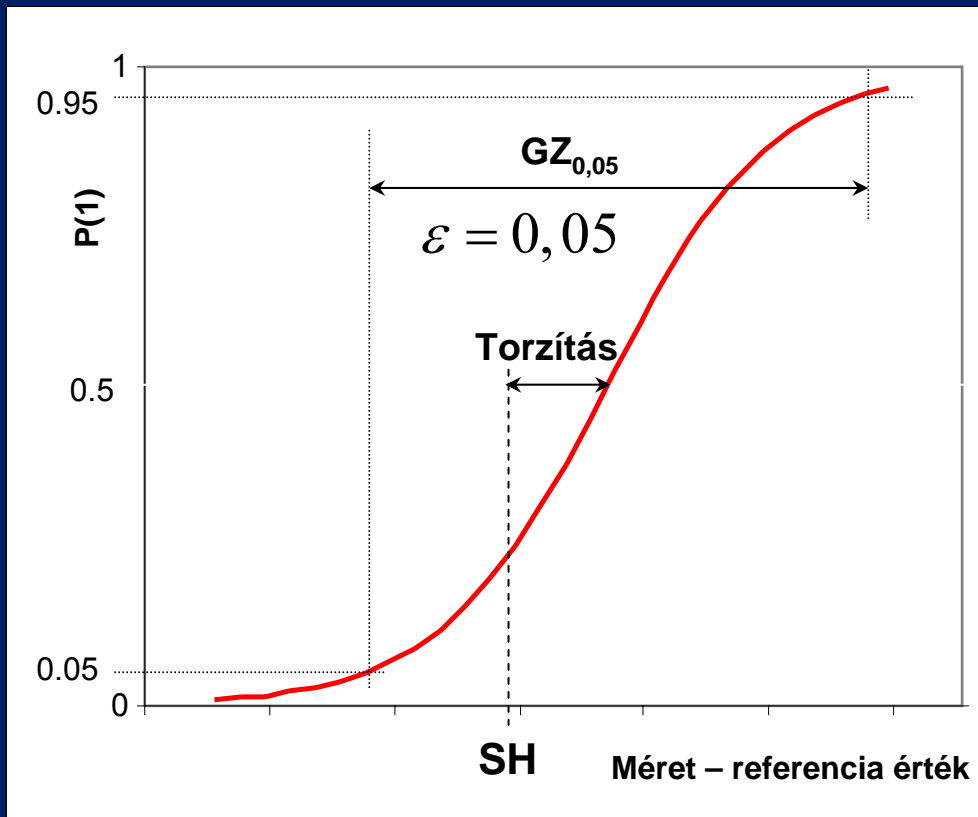


$$\begin{aligned} \text{Torzítás}_i &= SH - x_i^{\text{infl}} \\ &= SH + \frac{\alpha + \beta_i^0}{\beta^P + \gamma_i^{O*P}} \end{aligned}$$



Mérőeszköz képesség görbe

A mérőeszköz képesség görbe javasolt jellemzői:
Szürke zóna szélessége (GZ), Torzítás



$$\begin{aligned} \text{Torzítás}_i &= SH - x_i^{\text{infl}} \\ &= SH + \frac{\alpha + \beta_i^0}{\beta^P + \gamma_i^{O*P}} \end{aligned}$$

$$GZ_{\varepsilon,i} = \frac{2 \ln((1 - \varepsilon) / \varepsilon)}{\beta^P + \gamma_i^{O*P}}$$

A rossz döntés valószínűsége

Annak valószínűsége, hogy egy elfogadott darab rossz:

$$P(\text{Rossz}|\text{elfogad})_i = \frac{P(\text{elfogad} \cup \text{Rossz})_i}{P(\text{elfogad})_i}$$

Annak valószínűsége, hogy egy elutasított darab jó:

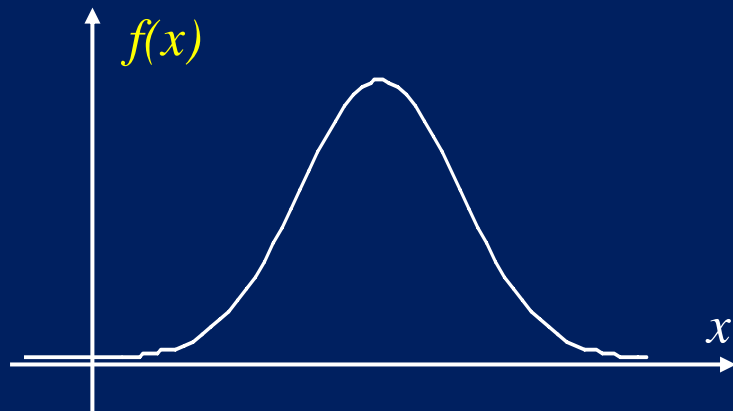
$$P(\text{Jó}|\text{elutasít})_i = \frac{P(\text{elutasít} \cup \text{Jó})_i}{P(\text{elutasít})_i}$$

A rossz döntés valószínűsége

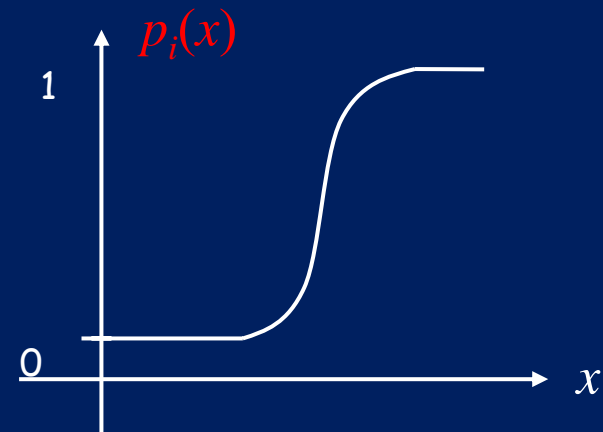
$$P(\text{elfogad})_i = \int_{x=-\infty}^{\infty} f(x) p_i(x) dx$$

darabok sűrűségfüggvénye

egy darab elfogadási valószínűsége



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right)$$



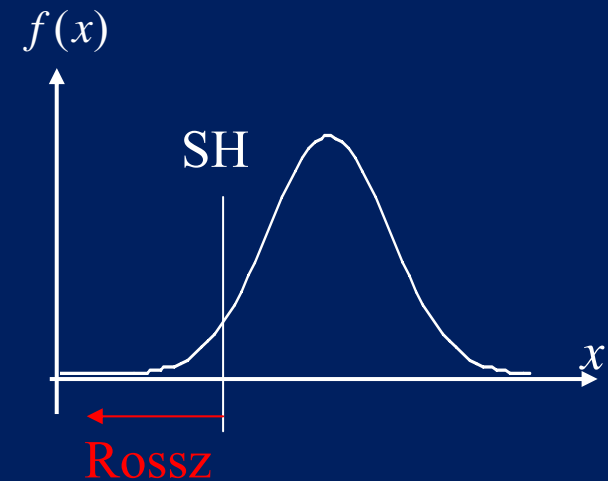
$$p_i(x) = \frac{\exp(\alpha + \beta^P x + \beta_i^O + \gamma_i^{O*P} x)}{1 + \exp(\alpha + \beta^P x + \beta_i^O + \gamma_i^{O*P} x)}$$

A rossz döntés valószínűsége

$$P(\text{elfogad})_i = \int_{x=-\infty}^{\infty} f(x) p_i(x) dx$$

Az integrálási tartomány változtatásával:

$$P(\text{elfogad} \cup \text{Rossz})_i = \int_{x=-\infty}^{SH} f(x) p_i(x) dx$$



$$P(\text{Rossz} | \text{elfogad})_i = \frac{P(\text{elfogad} \cup \text{Rossz})_i}{P(\text{elfogad})_i}$$

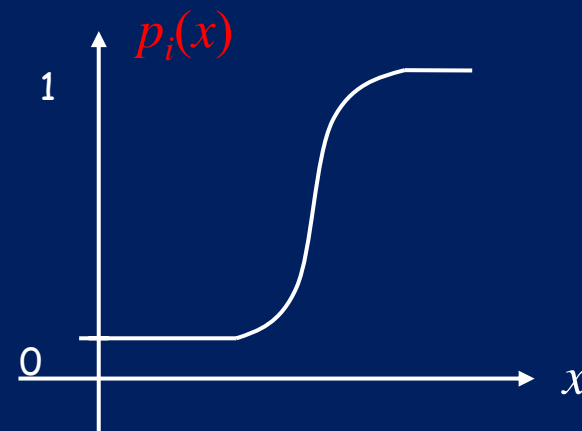
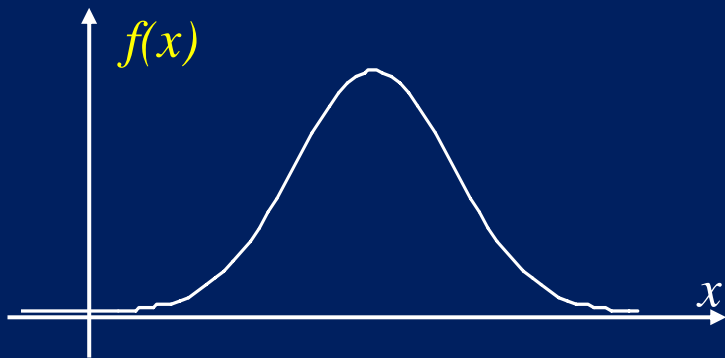
$$P(\text{Jó} | \text{elutasít})_i = \frac{P(\text{elutasít} \cup \text{Jó})_i}{P(\text{elutasít})_i} = \frac{\int_{x=SH}^{+\infty} f(x)(1 - p_i(x)) dx}{\int_{x=-\infty}^{+\infty} f(x)(1 - p_i(x)) dx}$$

A rossz döntés valószínűségének becslése

$$P(\text{elfogad})_i = \int_{x=-\infty}^{\infty} f(x) p_i(x) dx$$

A folyamat paraméterek ($f(x)$) függetlenek a mérőeszköz-képesség-görbe paramétereitől ($p_i(x)$).

Ha a gyártási folyamat változik, a GPC paraméterek becslését nem kell megismételni.



A minősítés kivitelezése

$$P(\text{elfogad})_i = \int_{x=-\infty}^{\infty} f(x) p_i dx$$

1. minta

Véletlen minta

Referencia érték (x)
meghatározása

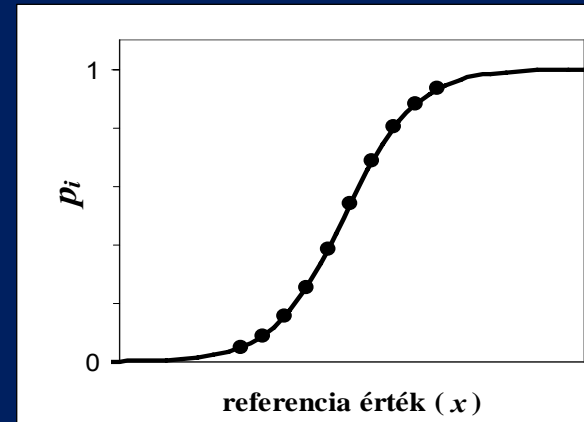


Folyamat paraméterek
becslése

$$\hat{\mu}, \hat{\sigma}$$

2. minta

Ekvidisztáns minta



Referencia érték meghatározása
Ismételt minősítések



GPC paraméterek becslése

$$\hat{\beta} = (\hat{\alpha}, \hat{\beta}^P, \hat{\beta}_i^{OP}, \hat{\gamma}_i^{OP*P})$$

A becslési módszerek összehasonlítása

A javasolt módszer az előirat minden problémájára megoldást nyújt.

Milyen áron?



Több mérést kell-e végezni a képességvizsgálat során?

Egy konstruált példán keresztül vizsgáltam

- a keresztosztályozásos módszer (AIAG előirat) és
- a javasolt modell alapú számolás hatékonyságát.

A becslési módszerek összehasonlítása

Példa

Három különböző operátor vesz részt az elemzésben. Az operátorokhoz tartozó mérőeszköz-képesség-görbék paraméterei, a folyamat eloszlása és a specifikációs határ adott. Ezek ismeretében $P(R|elfogad)$ és $P(J|elutasít)$ számolható.

Különböző mintaelemszámokra számoltam $P(R|elfogad)$ és $P(J|eltutasít)$ becslésének közepes négyzetes hibáját (MSE)

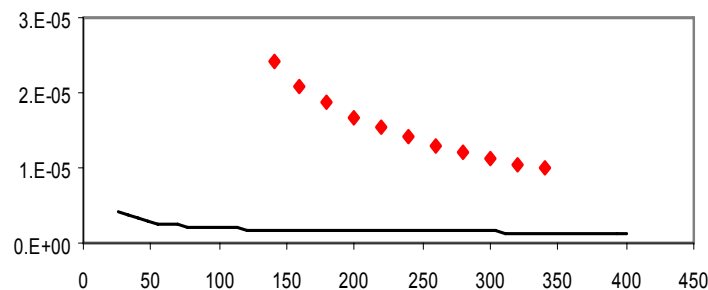
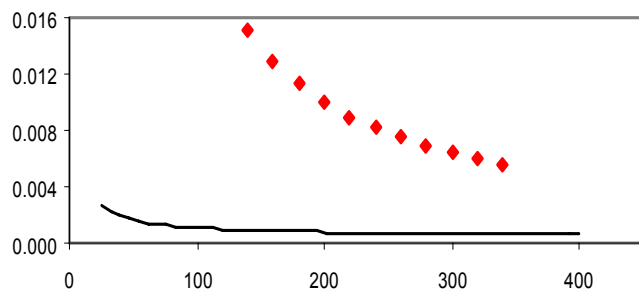
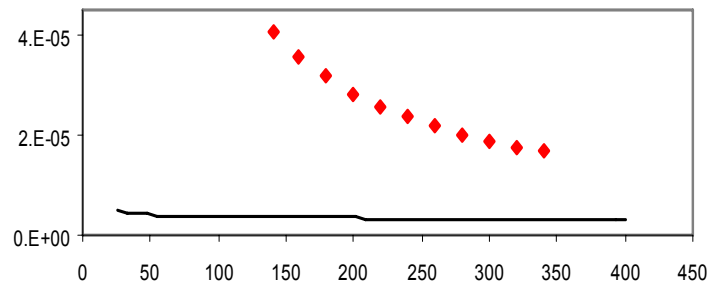
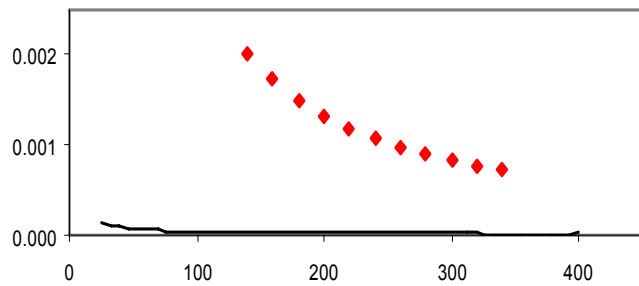
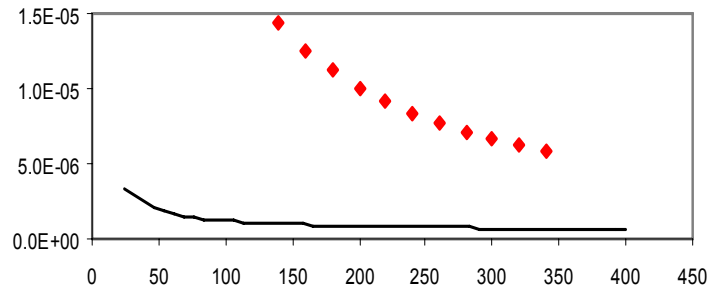
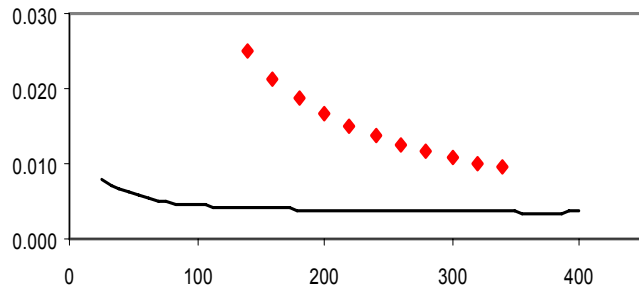
- keresztosztályozásos (AIAG típusú)
- modell alapú

becslés esetén.

$$MSE \left[P(\text{Jó} | \text{elutasít}) \right]$$

$$MSE \left[P(\text{Rossz} | \text{elfogad}) \right]$$

vs. minősítések száma = mintaelemszám · ismétlésszám



Keresztosztályozás

Modell alapú
N1=50

Ugyanannyi
munkával
sokkal kisebb
MSE

Köszönöm a figyelmet!